

La importancia de estar acotado

Álvaro Lozano-Robledo

Se trata de lógica matemática. Había habido enfermedades mentales en mi familia... - André Bloch (1893-1948).

El anciano, en sus ropas blancas, se acercaba pero yo no me podía mover, ni siquiera un músculo. Sus pasos se escuchaban en el salón, acercándose lenta e inevitablemente a mi dormitorio donde, inmóvil en la cama, le esperaba atormentado. Entonces, lo dijo de nuevo -*¿Lo has demostrado ya?*- y una tercera vez, con el tono desdeñoso, casi retórico, y el cerrado acento alemán que había escuchado tantas veces. Yo estaba aterrorizado pero no podía abrir la boca. Él había venido a visitarme en muchas otras ocasiones pero ninguna con buenas intenciones. Finalmente, el anciano se paró en la puerta de mi habitación y dijo -*¿No lo has demostrado...-* y después de una incómoda pausa acabó la frase con el inevitable “...*todavía?*” y con una sonrisa sarcástica, casi diabólica, dibujada en su cara vagamente familiar pero irreconocible.

Mi mujer, a mi lado, estaba sumergida en un sueño profundo. *Si la pudiera despertar, ella me salvaría*, pensé yo ingenuamente. Así que, como muchas otras noches, empecé a hacer la única cosa de la que era capaz en mi desesperado estado de parálisis: respirar profundamente y a un ritmo cada vez más acelerado. El sonido exasperado del aire al salir precipitadamente de mis pulmones fue suficiente para despertarla y ella conocía la señal perfectamente a estas alturas. Primero, por un segundo, se despertó espantada pensando que algo terrible ocurría pero, al darse cuenta de lo que realmente estaba pasando, procedió a despertarme y a calmarme con su voz más dulce y reconfortante. *Honey, it's ok, it's ok! It was just a bad dream.*

En efecto, no había sido más que un mal sueño, pero éste era el segundo de esa misma noche. Casi inmediatamente después de asegurarse de que yo estaba ya despierto y calmado, ella se volvió a dormir, cogida de mi mano. Estas pesadillas ocurrían tan a menudo que ella me podía tranquilizar incluso sin despertarse y ni siquiera recordaba al día siguiente lo ocurrido durante la noche. Con suavidad deshice el férreo nudo de su mano sobre la mía, me levanté de la cama y empecé a pasear por los pasillos de nuestro apartamento. Era todavía noche cerrada pero la Luna brillaba en el horizonte, emanando suficiente fulgor para poder evitar los muebles situados estratégicamente por las habitaciones. Yo estaba todavía sudando a mares y no podía parar de pensar en el anciano y sus impertinentes preguntas. *No, todavía no lo he demostrado, no. Me falta un lema... sólo queda un lema por probar.* En retrospectiva, resultó que no era sólo un lema. De hecho, tardé otros tres meses en demostrar “el lema insignificante”. *Un lema insignificante*, repetí en voz queda.

Así era como un crítico anónimo de una versión anterior del artículo se había referido al resultado principal del manuscrito, *¿Hace casi un año? Sí, ha pasado tanto tiempo desde entonces.* Obviamente, con tales cumplidos, la publicación del artículo fue rechazada categóricamente. Un año más tarde y después de mucho esfuerzo (y muchas malas noches), yo había mejorado en gran medida mis resultados pero seguía torturándome a mí mismo pensando que mi... *¿Debo llamarlo teorema?...* era una contribución insignificante. Me parecía imposible que yo pudiera demostrar nada que el experto anónimo (quien indudablemente era el anciano en la ropa blanca de mis pesadillas) considerara digno de ser publicado.

De pronto, me di cuenta de que sí que conocía la cara del hombre en mis agitados sueños. Era la desaprobadora mirada de Kronecker. *Qué apropiado.* Recordaba su cara redonda, el escaso pelo blanco y la abultada nariz aguileña que aparecía en una antigua fotografía junto a un texto biográfico que yo había leído muchos años antes. En la segunda mitad del siglo XIX, Leopold Kronecker, que había estudiado con Kummer, Dirichlet y Steiner, era un matemático respetado internacionalmente y de gran influencia, especialmente en Alemania donde codirigía el seminario matemático de Berlín y era editor de varias prestigiosas publicaciones. Sin embargo, sus opiniones sobre matemáticas eran muy estrictas y controvertidas en ocasiones; Kronecker insistía en que las matemáticas deben tratar únicamente con números finitos y con un número finito de operaciones y opinaba que las demostraciones no constructivas eran como poco engañosas, sino totalmente carentes de significado. Otros contemporáneos apoyaban estas ideas pero Kronecker fue el defensor más feroz de su matemática ideal. Cuando un joven estudiante en Berlín, Georg Cantor, intentó publicar algunos de sus resultados vanguardistas sobre los conceptos del infinito, números transfinitos y dimensión en el ‘Journal für die reine und angewandte Mathematik’ (también conocida como la revista de *Crelle*), Kronecker comenzó una larga campaña para imposibilitar la publicación de tales trabajos y para desacreditar a Cantor como matemático porque, según Kronecker, la investigación de Cantor trataba con objetos matemáticos de existencia imposible. De hecho, aunque Mittag-Leffler fue uno de los primeros matemáticos que aceptó la innovadora teoría de Cantor de conjuntos infinitos, también intentó persuadir a Cantor para que no publicara sus resultados porque llegaban “*cien años antes*” de que pudieran ser aceptados por la comunidad matemática. Por otro lado, tras muchos años de desesperados intentos, Cantor nunca fue capaz de demostrar la conocida hipótesis del continuo, que dice que el cardinal del infinito de los números reales es el siguiente al infinito de los números naturales (irónicamente, en 1963, Gödel y Cohen demostrarían que la hipótesis del continuo es matemáticamente indecidible y por tanto todos los esfuerzos de Cantor fueron en vano y condenados al fracaso antes de comenzar). Todos estos acontecimientos llevaron a Cantor a un estado altamente depresivo e inestable. Sus últimos años los vivió en un hospital psiquiátrico intentando demostrar que Francis Bacon escribió las obras de teatro de Shakespeare.

De cualquier modo, la actitud despiadada de Kronecker y la desesperación de Cantor tras fallar repetidamente en la demostración de la hipótesis del continuo destruyeron la vida de Cantor, y éste era un pensamiento que me atemorizaba. *¿Podrían las matemáticas destruir mi propia vida? No lo permitiría.* Las matemáticas eran mi pasión y mi carrera pero

yo no estaba dispuesto a sacrificar mi vida, mi familia o mis amigos por las matemáticas (o eso creía yo). Sin embargo, muchos otros, sabiéndolo o de manera inconsciente, habían tomado otros derroteros y la matemática se había cobrado sus vidas, de una manera u otra. J. E. Littlewood admitió que *“La matemática es una profesión peligrosa; una proporción apreciable de nosotros se vuelve loco”*. En efecto, la lista de matemáticos famosos que han sufrido problemas mentales es larga y triste: Aitken, Baire, Bloch, Boltzmann, Cauchy, Clausen, Eisenstein, Hazlett,... Por supuesto, muchas personas sufren problemas psicológicos en algún momento de sus vidas, pero yo siempre he temido que los matemáticos están particularmente predispuestos a las enfermedades de la mente. *Me pregunto si estos hombres y mujeres eran conscientes de que su dedicación al pensamiento abstracto les llevaría al borde de la locura. Me pregunto si hubo algún signo, una señal, síntomas obvios. Quizá sólo los reconocieron cuando era demasiado tarde. O quizá pensaron que las matemáticas no eran la causa y que, al contrario, servirían como cura de su enfermedad.* Alfred North Whitehead, un matemático y filósofo que colaboró con Bertrand Russell en la famosa obra Principia Mathematica, dijo que *“Debemos aceptar que dedicarse a la matemática es una locura divina del espíritu humano, un refugio de la urgencia de los acontecimientos cotidianos”*. Por el contrario, yo pensaba que el espíritu humano podía fácilmente corromperse por el pensamiento abstracto prolongado y por la obsesión de probar el siguiente gran teorema. *No es ni siquiera un teorema, quizá una proposición... o un simple lema insignificante,* me dije a mí mismo, pensando sobre mi propia investigación.

Mis sueños matemáticos eran para mí un signo preocupante. Sueños y pesadillas con contenido matemático eran muy comunes, especialmente en las épocas más productivas. Obsesionado con una conjetura trabajaba hasta tarde y tenía problemas para conciliar el sueño pues, incluso en la cama, analizaba mentalmente el argumento de una posible demostración una y otra vez hasta descubrir un error en mi razonamiento que desbarataba todos los esfuerzos y me forzaba a empezar desde cero. Mi madre me dijo muchas veces *“¡no comas justo antes de ir a la cama!”* pero nadie me advirtió que no se deben hacer matemáticas hasta tarde, pues una vez que estaba en los brazos de Morfeo, mi cerebro seguía trabajando en el problema, ahogándose en una marea de símbolos, ecuaciones y diagramas conmutativos que inundaban mis sueños. Muchas veces no me acordaba del sueño en sí pero, por un segundo o dos después de despertar, el torrente de letras griegas... $\Omega(\zeta_{p^n})/\Omega(\zeta_{p^n} + \zeta_{p^n}^{-1})$... me dejaba mareado y confundido. No obstante, la obsesión también puede dar frutos y en alguna ocasión me despertaba dándome cuenta de que mi investigación había progresado en mis sueños y corría a mi ordenador para pasar la demostración a L^AT_EX.

Siempre había sido un soñador muy activo. Desde pequeño yo andaba y jugaba sonámbulo, e incluso era capaz de tener conversaciones completas con mis padres de las que, a la mañana siguiente, no recordaba ni un detalle. Aunque a mis padres les parecía muy divertido al principio, pronto se empezaron a preocupar pensando que podría saltar desde la terraza (vivíamos en un cuarto piso) mientras soñaba que era un pájaro o un superhéroe (y esto pasaba a menudo). Por tanto, todas las noches cerraban rutinariamente las ventanas y persianas de toda la casa (incluida la persiana de la terraza) para poder conciliar el sueño. Mi sonambulismo matemático empezó en la universidad. Siempre recordaré

la primera vez que ocurrió porque fue una de las raras veces que recordé mis peculiares sueños al despertar.

La carrera de matemáticas en mi universidad mantenía un nivel muy elevado y la tasa de fracaso era excesivamente alta debido, en mi opinión, a dos factores: la escasa motivación de muchos estudiantes que acabaron haciendo matemáticas al no darles la nota para hacer alguna ingeniería, y la profundidad y dificultad del temario que el profesorado se empeñaban en exigir, incongruente con los conocimientos previos a la carrera de la mayoría de los estudiantes. Algunos profesores no dudaban en suspender a un atónito 90% de la clase si lo creían necesario y tantos o más estudiantes caían en desgracia de modo rutinario en algunos de los cursos más temidos.

En cualquier caso, según se acercaba el primer parcial de Cálculo yo me sentía cada vez más atemorizado y sobrepasado por el temario. La noche previa al examen, para intentar calmarme, me fui a la cama temprano y los sueños comenzaron poco después. Tan extraño como pueda parecer, en mi sopor estaba convencido de que yo era una sucesión en un espacio métrico topológico. Y no sólo era una sucesión, sino que además estaba obviamente acotado (la ventana y la puerta de mi habitación estaban cerradas) de modo que, por el conocido teorema de Bolzano y Weierstrass, había una subsucesión convergente de mí mismo. Aparentemente, al llegar a esta fabulosa conclusión, perplejo, miré al reloj de mi mesilla: eran cerca de las 3 de la mañana (y la alarma estaba puesta para las 7AM). Por alguna razón que no puedo comprender, el hecho de que existiera una subsucesión de mí mismo implicaba que me tenía que levantar inmediatamente y empezar a prepararme el desayuno. Minutos más tarde, me encontré a mí mismo en la cocina, calentando leche y confundido hasta un punto extremo, aunque no del todo despierto. De algún modo, todavía pensaba que era una sucesión (obviamente acotada, ninguna ventana estaba abierta en la cocina) pero empecé a dudar que el ilustre teorema de Bolzano y Weierstrass pudiera implicar que me tenía que despertar tan pronto. En esa encrucijada, volví a la cama mascullando *¡no tiene ninguna lógica!* Afortunadamente, una de las preguntas en el examen fue la demostración del teorema de Bolzano y Weierstrass y, por supuesto, mi puntuación fue perfecta pues yo fui una sucesión acotada por lo menos una vez.

La anécdota de la sucesión acotada ha sido siempre extremadamente popular entre mis amigos matemáticos (mis otros amigos simplemente me miran asustados cuando cuento la historia) y la he repetido en muchas ocasiones y siempre con el mismo resultado: risotadas muy sonoras. Sin embargo, según pasaban los años empecé a considerar ese sueño como una premonición de cosas peores que quizá se avecinaban en un futuro no muy lejano. Años más tarde, buscando en vano una explicación a mis disparatados sueños, leí la biografía de Bolzano (su nombre completo era Bernard Placidus Johann Nepomuk Bolzano) y la de Karl Theodor Wilhelm Weierstrass. Bolzano fue un comerciante de piezas de arte que pasó su modesta vida luchando contra problemas respiratorios. Por otra parte, en [6] se puede leer lo siguiente:

“Desde aproximadamente 1850, Weierstrass comenzó a sufrir severos ataques de mareos que duraban cerca de una hora y acababan en vómitos violentos. Los frecuentes ataques durante un periodo de casi 12 años dificultaron su trabajo y se piensa que estos problemas pueden muy bien haber sido causados por los

conflictos mentales que sufrió como estudiante, junto al estrés de aplicarse a las matemáticas cada minuto de su tiempo libre a la vez que ejercía la dedicada labor de profesor.”

Simplemente no podría dedicarme a las matemáticas cada minuto libre de mi vida... ¡Me volvería loco!, pensaba honestamente. ¿Y Weierstrass no se dió cuenta de esto? También, aprendí que Kronecker se opuso furioso al teorema de Bolzano y Weierstrass por su naturaleza no-constructiva. No me extraña que no le caiga bien a Kronecker, dijo una sucesión acotada en cierta ocasión.

Mi ordenador estaba encima de la mesa del comedor, todavía encendido. La tentación era demasiado grande así que me dejé seducir y me puse a leer mi correo electrónico. Borrar mensajes de “spam” me calmó un poco; los títulos ridículos de los emails siempre me hacían sonreír -*¡No seas el más “pequeño” de tus amigos!*- Sintiéndome un poco mejor, volví a la cama.

Poco después era de nuevo estudiante de doctorado y me encontré a mí mismo sentado en la oficina de mi director de tesis. Sin embargo, mi amable mentor no estaba presente y, en su lugar, Kronecker estaba sentado al otro lado del escritorio, mirándome duramente con sus pequeños ojos. El conjunto visual era esta vez un tanto irrisorio pues, en contrapunto a la severidad de su mirada, sus cortas piernas quedaban casi colgando de su silla. Kronecker era un hombre más bien bajito, lo cual, al parecer, le tenía bastante acomplejado. En cierta ocasión, otro matemático llamado Hermann Schwarz (un estudiante de Weierstrass) se atrevió a escribir en una carta a Kronecker “*Aquél que no honra al más Pequeño, no es digno del más Grande*”, haciendo referencia a la corpulencia de Weierstrass, el “más Grande”. No hace falta decir que Kronecker no apreció el chiste lo más mínimo y nunca más mantuvo contacto alguno con Schwarz.

-*¿Lo has demostrado ya?* - me preguntó, retóricamente.

-*No, Herr Professor, todavía no,* - respondí tímidamente - *estoy atascado con este lema ... insignificante.*

-*Si es insignificante, ¿por qué molestarlo incluso en demostrarlo?* - Kronecker dijo, mostrando su frustración. Herr Professor estaba manoseando impacientemente su pequeña pajarita negra y parecía malhumorado, como si estuviera perdiendo el tiempo hablando conmigo. Creo que estuvo a punto de decirme *¿Y por qué me molestas a mí?* pero encontró la manera de contenerse, mordiéndose ligeramente el labio inferior.

-*Perdóneme, no sé porque he dicho ‘insignificante’* - ¡Qué mentiroso! Lo sabía perfectamente bien. - *Necesito demostrar este lema para dar un paso hacia el resultado principal.*

-*Dime pues, el enunciado de tu afirmación.*

Me puse en pie, una tiza apareció en mi mano y comencé a escribir en la pizarra pero, por un largo rato, Kronecker ni siquiera se dignó a mirar al encerado. Seguía jugando con su pajarita (por un segundo Kronecker me recordó a Twiddledee, o quizá Twiddledum, nunca los supe distinguir) y sus ojos estaban fijos en un pájaro que cantaba feliz fuera de su oficina. Mi discurso proseguía:

-*Supongamos que $f(x, y) = 0$, $g(x, z) = 0$ son dos curvas elípticas definidas sobre un cuerpo de números K y que comparten la variable x . Creo que sólo puede haber un número*

finito de vectores (x, y, z) en K^3 que satisfagan ambas ecuaciones.

-Eso es obviamente cierto, a menos que ambas ecuaciones sean isomorfas y de rango positivo, por supuesto - exclamó Herr Professor.

Volví a sentarme en la silla, hundiéndome avergonzado por mi ignorancia y mirando a lo que yo había dejado escrito en la pizarra, en busca de alguna pista. Mi silla era enorme y eran mis piernas las que ahora colgaban lejos de tocar el suelo. En verdad, la silla no había cambiado en absoluto, era yo el que menguaba, pues volvía a ser un niño en mi más tierna infancia.

-Señor, creo que todavía no lo comprendo.- Sentía ganas de llorar pero contuve mis lagrimas, por no perder lo que me quedaba de orgullo matemático.

Twiddledum (o quizá Twiddledee) me miraba divertido desde la silla espartana de mi director de tesis, como si se tratara de un juego, mientras seguía retorciendo la pajarita en su cuello.

-Es trivial, mi niño, comenzó a decir Twiddledee (o dum), es simplemente una aplicación del teorema de Faltings, ¿no lo ves? - dijo en una voz chillona, casi cantando. Curiosamente, mantenía el fuerte acento alemán del profesor.

Mirando al suelo desconsolado, me preguntaba por qué había venido a su oficina para preguntar algo tan insignificante. Cuando volví a levantar la mirada, Kronecker estaba de nuevo en la silla, y me sometía de nuevo al severo escrutinio de su mirada, intentando averiguar si yo tenía alguna idea de lo que me decía. Conocía las palabras pero su significado en este contexto no me quedaba del todo claro. El teorema de Faltings (previamente conocido como la conjetura de Mordell) es un extraordinario hito de la geometría aritmética: una curva de género mayor que uno sólo puede tener un número finito de puntos definidos sobre un cuerpo de números. Lo primero que se me ocurrió fue que el teorema de Faltings no se demostró hasta 1983, pero Herr Professor Kronecker murió casi un siglo antes, en 1891. Sin duda, no le agradecería que le recordara que había fallecido hace tanto tiempo, así que no dije nada al respecto. Kronecker se estaba impacientando en su silla hasta que se lanzó al suelo de un salto y, tiza en mano, se dirigió a la pizarra.

-Se trata de lógica matemática, simplemente. Las ecuaciones $f(x, y) = 0$, $g(x, z) = 0$ definen una curva algebraica C en \mathbb{P}^2 , que está dotada con una proyección ramificada a la curva elíptica $f(x, y) = 0$. Por tanto, gracias a la formula del género de Hurwitz, sabemos que la curva C tiene género mayor que uno y por el teorema de Faltings, la curva C sólo puede tener un número finito de puntos sobre K .

En ese momento, salté de la cama y fui corriendo hasta el ordenador que estaba todavía encendido, esperándome. Mi mujer se despertó por un segundo, lo suficiente para quejarse y con razón -is everything O.K. honey?- y al instante se quedó dormida sin esperar una respuesta que nunca llegaría. Miré mi correo electrónico -lo primero es lo primero- y después pasé a L^AT_EX la respuesta que Kronecker me había dado en mi sueño, casi sintiéndome culpable de que no se me hubiera ocurrido a mí mismo. Bien, un paso más cerca de la demostración... de la proposición inconsecuente. Una vez que estaba satisfecho con la exposición escrita del argumento me paré a pensar en las palabras de Kronecker. "Se trata de lógica matemática", había dicho Herr Professor. Mi memoria no podía atribuir la frase a Kronecker sino a André Bloch... André Bloch, susurré el nombre sin darme cuenta. To-

avía era de noche y necesitaba descansar; lo último que necesitaba era empezar una vez más a darle vueltas en mi cabeza a la vida de Bloch, así que decidí leer un rato. Aunque el libro que me estaba leyendo era “La Fiesta del Chivo” (una novela de Mario Vargas Llosa sobre la dictadura de Trujillo, apodado el Chivo, en la República Dominicana), uno de los mejores libros, y de los más intensos, que he leído, no podía concentrarme y no paraba de pensar en André Bloch. *Se trata de lógica matemática. Había habido enfermedades mentales en mi familia...*, murmuré, repitiendo las tristemente célebres palabras de Bloch.

La primera vez que oí hablar de Bloch fue durante mi último año de carrera, en un curso avanzado de análisis complejo, cuando el profesor demostró una de las muchas perlas que brillan con luz propia en la teoría de funciones holomorfas (ésta y otras perlas se encuentran en [5]):

Teorema de Bloch. *Sea \mathcal{F} el conjunto de todas las funciones f holomorfas en alguna región que contiene la clausura del disco $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ y que satisfacen $f(0) = 0$ y $f'(0) = 1$. Para cada $f \in \mathcal{F}$ sea $\beta(f)$ el supremo de todos los números r tales que existe un disco $S \subset D$ en el cual f es inyectiva y $f(S)$ contiene un disco de radio r . Sea B el ínfimo de todo $\beta(f)$, con $f \in \mathcal{F}$. Entonces $B \geq 1/72$.*

El número B se suele llamar la constante de Bloch. Hoy en día se conocen mejores cotas y, de hecho, se conjetura que B tiene la siguiente sorprendente forma

$$B = \frac{\Gamma(1/3) \cdot \Gamma(11/12)}{(\sqrt{1 + \sqrt{3}}) \cdot \Gamma(1/4)}$$

donde $\Gamma(x)$ es la ubicua función Gamma.

Después de enunciar el teorema en la pizarra, el profesor hizo un comentario que tuvo un gran impacto en mí: Bloch demostró su resultado mientras estaba internado en un hospital psiquiátrico. Ese mismo día pasé la tarde en la biblioteca, admirando la belleza intrínseca del teorema pero sin poder comprender como pudo Bloch demostrarlo si padecía una enfermedad mental. *¿Cómo es posible? ¿Son las matemáticas y la locura compatibles?* Después de incordiar al bibliotecario un rato, encontré mucha más información sobre Bloch. Desde entonces, he leído muchas veces el sensacionalista artículo de Campbell [3], “La Bella y la Bestia: el extraño caso de André Bloch”, y su contrapunto enciclopédico escrito por Cartan y Ferrand [4], “El Caso de André Bloch”, pero nunca he llegado a comprender que ocurrió realmente en la mente de Bloch.

Como Henri Cartan y Jacqueline Ferrand explican en su artículo, Bloch pasó sus últimos 31 años de vida en el hospital psiquiátrico de Saint-Maurice, cerca de París. Sorprendentemente, la gran mayoría (sino todas) de sus contribuciones matemáticas datan de este periodo. Bloch trabajaba en una pequeña mesa situada en una esquina de un pasillo, negándose cuando los doctores le animaban a disfrutar del jardín, pues sostenía que “*Las Matemáticas son suficientes para mí*”, gracias. Las enfermeras confirmaron que André fue un “paciente ideal”, tranquilo y extremadamente educado durante su larga estancia en el hospital de Saint-Maurice, también conocido como “La Casa de la Salud”. Bloch mantuvo una notable cantidad de correspondencia con varios matemáticos: Valiron, Cartan,

Hadamard, Pólya, Baidoff, Picard, Montel y Mittag-Leffler entre otros. Algunos nunca sospecharon que la dirección en el remite, 57 Grande Rue, Saint-Maurice, correspondía a un manicomio; otros se llevaron una gran sorpresa cuando intentaron hacer una improvisada visita a su colega. A muchos les parecía muy extraño que la fecha en las cartas de Bloch siempre fuera el primer día de Abril.

Cuando descubrí la razón verdadera por la que André era residente permanente de la Casa de la Salud, me disgusté tanto que, cuando fui a la cama esa noche tuve muchos sueños y pesadillas sobre Bloch, funciones holomorfas, la constante L de Landau y discos de radio B que sobrevolaban mi cabeza. En uno de mis sueños, llegaba a Saint-Maurice para visitar a André. Las enfermeras me llevaron a un largo pasillo y señalaron al otro extremo, donde un hombre estaba inclinado sobre un escritorio. Después de caminar lo que parecieron varios kilómetros, y después de pasar al lado de otros pacientes (Randle P. Murphy susurraba confiadas palabras de libertad al oído del gigante silencioso, el “Jefe” Bromden; Salvador Dalí pintaba algo que se asemejaba a una elaborada letra griega zeta ζ que devoraba un signo de sumación $\sum_{n=1}^{\infty}$ que a su vez protegía de manera celosa el sumando $1/n^s$ bajo sus alas), llegué al final del pasillo y me paré para mirar detenidamente a Bloch. En mi sueño no me sorprendió ver que Bloch llevaba su uniforme militar, aunque me indigné al ver que las enfermeras habían permitido a un paciente llevar su espada de caballería atada al cinturón, aunque fuera parte del uniforme. En 1914, sólo un año después de que André y su hermano pequeño Georges (el cual también tenía un gran talento para las matemáticas) comenzaran sus estudios en la ‘Ecole Polytechnique’ de París, ambos fueron reclutados por el ejército pues la primera Guerra Mundial había estallado sacudiendo toda Europa.

El pasillo donde Bloch trabajaba tenía grandes ventanales, a través de los cuales se podían contemplar los magníficos jardines que no parecían tener fin, esos cuidados jardines que no importaban a Bloch lo más mínimo. Afuera, sentado en un banco, su hermano Georges, también embutido en un atuendo militar, estaba disfrutando del Sol. De vez en cuando se tenía que ajustar el parche en su ojo porque la cinta que lo sujetaba era un poco más larga que la circunferencia de su cabeza. Los dos hermanos habían sufrido múltiples heridas durante la guerra: Georges perdió un ojo; durante un bombardeo André se cayó desde una torre de observación y el impacto le dejó en un estado grave. Se ha especulado que esta caída desencadenó sus posteriores problemas mentales.

-¿*Monsieur Bloch*?- intentaba llamar su atención pero el paciente estaba muy atareado, concentrándose en dibujar círculos en el plano complejo. -¿*Monsieur Bloch*?- repetí con voz suave. Mi francés deja mucho que desear, así que temía que no pudiera reconocer ni siquiera la palabra *monsieur*.

Bloch se dió la vuelta y me miró fijamente. Aunque el conjunto de su expresión emanaba cierta tristeza, una relajada sonrisa prevalecía en su rostro. Nunca he podido encontrar una foto de Bloch, pero aun así su cara me resultaba ciertamente familiar. A posteriori concluí que había sustituido la cara de André por la de Alexander Aitken, un matemático que también luchó en la primera Guerra Mundial. Aunque Aitken nació en Nueva Zelanda, se alistó en el ejército y luchó en los frentes de Gallipoli, Egipto y Francia. En 1916, gravemente herido en la imposible batalla del Somme (la cual se llevó la vida de más de 800.000 personas), fue llevado de vuelta a Nueva Zelanda pero la guerra nunca acabó

para Aitken. Las vívidas memorias de la guerra le persiguieron por el resto de su vida y, probablemente, fueron la causa de sus problemas mentales y su delicada salud. En vano, Aitken intentó apaciguar los recuerdos que le atormentaban escribiendo [1], un libro sobre la guerra. Sin embargo, el único efecto positivo de su libro fue que le eligieran miembro de la Real Sociedad de Literatura en 1964.

Bloch estaba estudiando detenidamente mi atuendo, con la curiosidad de un niño. Un par de doctores pasaron caminando a nuestro lado, frunciendo el ceño al verme. Inmediatamente me di cuenta de dos cosas: al menos uno de los doctores era Kronecker (¡quizá los dos!), en su bata blanca, y yo todavía llevaba puesto mi pijama -*ay no, otra vez no*-, lo cual me hizo sentirme extremadamente incómodo y fuera de lugar (como si el estar en un hospital psiquiátrico no me causara suficiente inquietud). Según se alejaban, pude escuchar a Kronecker quejándose a sí mismo sobre la naturaleza no-constructiva del teorema de Bloch. “*En efecto, no tiene ningún sentido: la obra de un auténtico maniaco*”, el segundo Kronecker le dió la razón al primero. André agachó su cabeza, avergonzado.

-*Por favor, no le haga caso, todo el mundo elogia su trabajo hoy en día* - dije intentando reconfortarle. De hecho, la Académie des Sciences le otorgó el Premio Becquerel en diciembre de 1948 (dos meses después de su muerte).

-*¿Y qué le trae por 57 Grande Rue, Saint-Maurice?* - preguntó educadamente Bloch. Sus pacíficos ojos irradiaban una curiosidad exuberante. La expresión en su rostro (la de Aitken) era amable y esperanzadora.

-*He venido a preguntarle sobre... el incidente. Necesito saber...¿Por qué lo hizo?* - mi voz nerviosa se quebraba e interrumpía sin mi permiso.

-*¿El incidente? ¿A qué incidente se refiere usted? ¿Acaso he hecho algo mal?* - Por supuesto, él sabía perfectamente a lo que me refería pero no admitía culpa de sus actos. Su magnífica memoria seguía intacta (en una ocasión leí que Aitken era capaz de recitar los primeros 2000 dígitos de π). Hubiera preferido no pronunciar las palabras, pero tuve que hacerlo:

-*¿Por qué los mató?*

El hermano pequeño de Bloch, Georges, ahora situado de pie junto a mí, clavaba sus ojos en André demandando una explicación por los crímenes cometidos. Bloch pasó casi la totalidad de 1917 en un hospital, recuperándose de sus heridas de guerra. Poco después de su convalecencia, el 17 de noviembre y durante el transcurso de una cena familiar, André mató a su hermano Georges, su tío y su tía. No hay muchos detalles disponibles acerca del suceso, pues era una época de guerra y un incidente de tal naturaleza no es el tipo de noticia que ayuda a reclutar nuevos soldados. Algunos rumores con poco fundamento dicen que André los mató a todos con su espada del cuerpo de caballería. Otros proponen que el arma fue un hacha. Probablemente, fue algún tipo de cuchillo de cocina.

Bloch, con su mirada fija en los ojos de su hermano, comenzó a decir con voz suave y tranquila: *Se trata de lógica matemática...* Desafortunadamente, yo ya conocía las palabras perfectamente. Casi al final de la vida de Bloch, un familiar fue a visitarle a la Casa de la Salud. André le hizo muchas preguntas acerca de los supervivientes de la familia y de su paradero. Cuando el visitante se marchó, un doctor le preguntó a Bloch acerca de sus familiares y los asesinatos, y André dijo:

-Se trata de lógica matemática. Había habido enfermedades mentales en mi familia. Ante todo está la matemática y sus leyes. Usted sabe bien que mi filosofía está inspirada por el pragmatismo y la racionalidad absoluta. La destrucción en su totalidad de la rama de la familia era el procedimiento a seguir. Todavía no he acabado. Quería saber como iban las cosas.

Lentamente abrí los ojos y pasé el resto de la noche mirando al techo, perdido en mis pensamientos y abrumado por una tristeza infinita, culpando a la Guerra por la pérdida de millones de mentes brillantes.

Mi mujer me encontró en el salón, releendo las palabras de Bloch que memoricé hace tanto tiempo, cuando era un estudiante de carrera.

-What's up with you tonight? - me dijo, mientras me quitaba los papeles de las manos, tirándolos al suelo. Me cogió de la mano y me arrastró de vuelta a la cama. Antes de que pudiera disculparme por despertarla de nuevo, ella ya estaba quedándose dormida. Yo intenté cerrar los ojos pero sólo podía pensar en aquellos que por su maldita suerte les tocó vivir de cerca la destrucción causada por una de las muchas guerras injustificables. Desde Arquímedes, asesinado por el Imperio Romano durante las segundas guerras Púnicas durante la invasión de Siracusa (a pesar de las máquinas de guerra que el propio Arquímedes había inventado para defender la ciudad), hasta los millones de personas cuyas vidas fueron sesgadas por las Guerras Mundiales.

En la primera mitad del siglo XX, la importantísima comunidad matemática de Alemania y Francia tuvo que, o bien unirse a los esfuerzos bélicos (por ejemplo, Alan Turing perfeccionó la máquina 'Bombe' para descifrar los códigos mandados por la máquina 'Enigma' de la Luftwaffe) o bien huir como refugiados (Emil Artin "con sus sentimientos de libertad como individuo, su sentido de justicia, su aborrecimiento de la violencia física", como Brauer escribió en [2], tuvo que huir de Alemania por la seguridad de su esposa judía). Otros, quizá por testarudos o por no doblegarse, se negaron a abandonar sus casas y sus universidades. Cuando a Edmund Landau le advirtieron de que, como consecuencia de sus raíces judías, si se quedaba en Göttingen sería mandado a un campo de concentración, Landau (arrogante en ocasiones) replicó que "*en tal caso debo reservar inmediatamente una habitación con balcón y vista al Sur*". Lamentablemente, fue otro conocido matemático, Paul Julius Oswald Teichmüller, miembro distinguido del creciente partido Nazi, el que lideró las protestas de los estudiantes hasta lograr que despidieran a Landau de su posición en la universidad de Göttingen.

Félix Hausdorff y su familia (también judíos) decidieron quedarse en Bonn. Pensaban que el apoyo de la Universidad de Bonn sería suficiente para protegerlos, pero se equivocaron. Cuando fueron informados de que pronto les mandarían al gueto de Eindhoven (y desde allí redirigidos a algún campo de concentración), Félix, su mujer y la hermana de su mujer decidieron quitarse la vida antes de perder su dignidad como seres humanos en las manos de los nazis. Sus últimas palabras de las que tenemos constancia fueron para un amigo, en una carta mandada el 25 de enero de 1942:

Estimado amigo Wollstein,

Cuando reciba estas líneas, los tres habremos resuelto el problema de otra forma

- de la forma de la que nos ha intentado disuadir continuamente. Lo que se ha hecho en contra de los judíos en los últimos meses despierta ansiedad, con fundamento, de que no nos dejarán seguir viviendo en una situación soportable. Perdónenos si le causamos problemas más allá de la muerte; estoy convencido de que usted hará lo que pueda (y que quizá no sea mucho). ¡Perdone también nuestra deserción! Le deseamos a usted y a todos nuestros amigos mejores tiempos.

Sinceramente, Félix Hausdorff.

Yo, en silencio, quería creer que todos viviremos mejores tiempos que los de Hausdorff, pero tenía la certeza de que la Guerra y la irracionalidad volverían una y otra vez, para reclamar la vida y las mentes de aquellos que se pusieran en su camino.

No me acuerdo de cuanto tiempo tardé en quedarme dormido pero sí recuerdo que, esa misma noche, me levanté de nuevo en el somnoliento estado de semi-consciencia que siempre precedía a los episodios de sonambulismo. Tampoco recuerdo si me puse algún tipo de calzado o no, pero, si la memoria no me falla, bajé las escaleras hasta la primera planta, abrí la puerta y salí de la casa, materializando la segunda peor pesadilla de mis padres. En uno de los últimos momentos de semi-lucidez de la noche, me vi cruzando uno de los muchos puentes de la ciudad (no recuerdo cuál), pasando sobre un río que atronaba en la tranquilidad de la noche, al fondo de una profunda garganta. Después de cruzar el puente, pasé a un sopor profundo y sólo recuerdo partes de mis sueños y no de mis actos en el mundo real.

Al otro lado del puente había una casa antigua construida con los ladrillos rojos que se usaban antes. Me acerqué al portón, me aclaré la garganta con un carraspeo nervioso, y llamé al timbre un par de veces. El ama de llaves dio la bienvenida, dijo *el señor está casi listo, bajará en un momento*, y me invitó a sentarme en un tresillo mientras esperaba. Por alguna razón, los tresillos siempre me han dado un poco de repelús, así que decidí esperar de pie. Finalmente, un anciano apareció por las escaleras, con una elegante bufanda blanca atada al cuello, un abultado sombrero negro y un bastón, descendiendo con la ayuda de una sirvienta. Al llegar a mi altura, la sirvienta me concedió el brazo del anciano, cruzándolo con el mío, y nos escoltó hasta la salida, cerrando la puerta suavemente detrás nuestro.

Aunque el hombre estaba claramente ciego y tenía unos 70 años de edad, se movía con un paso firme y veloz que no cuadraba con su falta de visión. Era obvio que el anciano había recorrido el mismo camino muchas veces; conocía la posición exacta de cada farola, papelera, esquina y alcantarilla de las calles que transitábamos. De hecho, fueron mis pies los que tropezaron un par de veces y fue él el que evitó mi caída, lo cual me hizo dudar quien era el ciego y quien guiaba a quien. Mientras caminábamos (un poco más deprisa y saldríamos corriendo) comencé la conversación. No estaba seguro de como debía llamarle, así que decidí referirme a él como “Maestro”:

-Maestro, ¿ cree usted que los matemáticos son propensos a... las enfermedades mentales? - evité la palabra ‘locura’ intencionadamente.

-Sí y no. Tanto como cualquier otra persona laboriosa que realiza algún tipo de investigación rigurosa o cualquier individuo que, con devoción, dedica su vida a la producción

artística. En ocasiones, las virtudes de persistencia y dedicación pueden convertirse en el pecado de la obsesión, que a su vez puede conllevar frustración, depresión e incluso peores condiciones de la mente. Elija una disciplina y yo proveeré una larga lista de ejemplos de conocidos personajes en tal campo que han sufrido profundos problemas psicológicos.

Aceptando el reto, y claramente mordiendo el anzuelo, dije -¿Literatura?- y el Maestro respondió:

-Hans Christian Andersen, Charles Dickens, Emily Dickinson, F. Scott Fitzgerald, Henrik Ibsen (un dramaturgo Noruego, considerado uno de los “cuatro grandes”),... ¿Quiere que continúe? - sacudí la cabeza pidiéndole que parara. El continuó. - Edgar Allen Poe, Leo Tolstoy, Virginia Woolf,... De hecho, el hombre de letras y el hombre de números comparten un problema: nuestra pasión y nuestro trabajo puede llevarse a cabo en nuestra cabeza, sin necesidad de armas, herramientas o laboratorios. Los escritores, dramaturgos y matemáticos deben ejercitar el más alto grado de moderación para que el cerebro no esté constantemente y de modo exclusivo dedicado a la creación de un nuevo personaje en una novela o a la búsqueda de la demostración de una conjetura esquivada. Paul Auster escribió en su novela corta “Fantasmas” que ... - me dejó impresionado que el Maestro hubiera leído incluso a autores del siglo XX - ... “escribir es una empresa solitaria. Se apodera de tu vida. En algún sentido, el escritor no tiene vida propia. Incluso cuando él está allí, él no está allí en realidad”. Lo mismo se puede decir sobre las Matemáticas y los matemáticos.

Durante la conversación, con mi brazo derecho entrelazado con su brazo izquierdo, cruzamos otro puente. Nuestro paseo, parece ser, ocurría en la ciudad de Kaliningrado (antes conocida como Königsberg) donde, de los siete puentes famosos (por lo menos en el círculo matemático) sólo cinco quedaron intactos después de los bombardeos de la segunda Guerra Mundial. Sin embargo, la nueva configuración era mucho más agradable desde un punto de vista matemático para el Maestro, porque hoy en día es posible dar un paseo cruzando los cinco puentes sobre el río Pregel sin tener que cruzar el mismo puente dos veces.

-¿Sabía usted que Henri Poincaré sólo se dedicaba a la investigación matemática de 10 al mediodía y de 5 a 7 por la tarde?

-Lo desconocía por completo - dije sorprendido. No sé por qué actué tan sorprendido, porque sí que sabía esto, por supuesto. Al fin y al cabo, uno no puede aprender nuevos hechos históricos en sus propios sueños.

-Poincaré estudió en detalle el método matemático y científico (léase, por ejemplo, “Ciencia e Hipótesis”, “El Valor de la Ciencia”, y “Ciencia y Método”). Él se preguntó muchas veces las mismas preguntas que usted trae consigo hoy, y Poincaré concluyó que había la posibilidad de que las matemáticas consumieran su alma. Por tanto, tomó las medidas necesarias para prevenirlo.

-¿Y como es que Weierstrass no llegó a la misma conclusión? ¿No se hizo Bloch las mismas preguntas?

-Seguramente sí pero también concluyeron que su virtud residía en las matemáticas y decidieron dedicar cada minuto libre de su vida al avance de la Reina de las Ciencias - explicó el Maestro. - No obstante, es cierto que muchos han sobreestimado sus capacidades mentales, al pensar que podrían dedicarse a las matemáticas con tanta intensidad

como fuera necesaria, sin pagar las consecuencias... ¿Sabía usted que Girolamo Cardano proclamó haber pronosticado matemáticamente la fecha exacta de su propia muerte?

-¿Y acertó?

-Por supuesto que sí, ¡una demostración matemática es infalible! Se suicidó en la fecha exacta.

Siempre me he preguntado hasta que extremo de perturbación mental se ha de llegar para suicidarse; qué manera tan absurda de marcharse, arrebatándose la propia vida. Algunos historiadores afirman que Pitágoras se suicidó tras un despiadado ataque que destruyó la sociedad pitagórica que había organizado con tanto esfuerzo. Ludwig Boltzmann se ahorcó, quizá porque sus modelos con ecuaciones diferenciales de la estructura atómica fueron rechazados por la implacable comunidad científica. Nunca conoceremos la razón del suicidio de Yutaka Taniyama, un hombre joven que tenía sin duda un futuro brillante por delante. En una nota escribió *“hasta ayer no tenía la intención clara de matarme... Yo tampoco llego a comprenderlo, pero no es el resultado de ningún incidente en particular, ni de ninguna razón específica”*. Su prometida se suicidó poco después.

-No se obsesione con estas historias tristes pues no son más que meras anécdotas. ¡La gran mayoría de los matemáticos han vivido vidas gratificantes y repletas de alegría! - el Maestro me reprochó. - *Muy al contrario de lo que usted parece proponer, las Matemáticas han proporcionado para muchos de nosotros los momentos más emocionantes y de mayor júbilo de nuestras vidas.*

Durante mis años en el mundo académico he conocido a muchos miembros de la comunidad matemática (en varios países y de varias generaciones) y, en efecto, casi todos los matemáticos parecen vivir vidas plenas. No puedo decir que los matemáticos que he conocido son gente corriente porque, en muchos casos y en varios aspectos, son gente de una rareza extraordinaria. Hoy en día, la comunidad matemática, de la cual me considero orgulloso de formar parte, está compuesta por un conjunto de gente muy amistosa y sensata, a los cuales les encanta conversar en situaciones informales (por ejemplo, cenando con un buen vino en la mesa), discutir sorprendentes contra-ejemplos y, cómo no, los cotilleos más descarados sobre otros colegas, profesores, departamentos y universidades. Aunque algunos miembros de la comunidad muestran comportamientos de una extravagancia característica (en algunos círculos el ser estravagante parece ser fomentado), y aunque algunos personajes necesitan disminuir su arrogancia matemática drásticamente, he de decir que la gran mayoría de los matemáticos son de naturaleza gentil, espolvoreada con peculiaridades inofensivas (por ejemplo, sonambulismo matemático) más cierto grado benigno de excentricidad. Quizá seamos ineptos en materia social, en ocasiones, creando situaciones deliciosamente incómodas a nuestro alrededor. Pero, por otro lado, somos capaces de organizar fiestas estupendas, e incluso conferencias, para festejar el cumpleaños de nuestros matemáticos favoritos o para celebrar el reciente descubrimiento de una demostración con la que habíamos soñado desde hace mucho.

El Maestro y yo, en uno de los puentes, nos paramos a contemplar el Pregel, que fluía con rapidez por su acuciante carencia de sal. Mientras yo usaba mi vista, el Maestro parecía emplear el resto de los sentidos, y su memoria, evocando sus propios recuerdos del río y la ciudad. A pesar de su ceguera completa a la edad de 59 años, el Maestro produjo la

mitad de su obra matemática después de esa edad, debido a su memoria prodigiosa que le permitió seguir trabajando cada día por el resto de su vida, quizá viendo todo con mayor claridad que todos nosotros. El Maestro habló de nuevo:

-Piense en el teorema más bonito que conozca, piense en su demostración, hasta que lo vea todo a la vez, como un conjunto coherente. ¿Puede verlo?

Pensé en la demostración de Euclides de la existencia de infinitos números primos; breve, simple pero absolutamente impresionante en su profundidad y ramificaciones.

Proposición 20 (Los Elementos de Euclides, Libro IX). *Existe un número infinito de números primos.*

Demostración. Supongamos que sólo existe un número finito de números primos p_1, p_2, \dots, p_n , donde p_n es el más grande de todos ellos. Sea \mathcal{N} el número:

$$\mathcal{N} = (p_1 \cdot p_2 \cdots p_n) + 1.$$

Evidentemente, \mathcal{N} es mayor que p_n , y por tanto no puede ser primo. Entonces \mathcal{N} ha de tener un divisor primo en la lista p_1, \dots, p_n . Sin embargo, si el número primo p_i divide \mathcal{N} , también divide a la diferencia $\mathcal{N} - (p_1 \cdot p_2 \cdots p_n)$ porque ambos números son múltiplos de p_i . Por tanto p_i divide el número 1, lo cual es imposible. Concluimos, pues, que nuestra primera suposición es falsa y en efecto existen infinitos números primos. \square

-Ésta es la visión más bonita y perfecta que usted verá jamás. ¿No está contento de ser matemático y poder apreciar estos tesoros que parecen tan enigmáticos e indescifrables a los ‘analfabetos’ de las matemáticas? La belleza cautivadora de un teorema y la satisfacción fabulosa al descubrir una demostración es la experiencia más valiosa y gratificante para un matemático.- El Maestro concluyó, triunfante. Después de esto, en silencio y todavía cogido de mi brazo, me condujo por las calles de Kaliningrado, hasta mi casa. Se despidió con una reverencia y se marchó, casi al trote, de camino a su casa.

Me desperté dentro de mi apartamento, de pie en la puerta de nuestro dormitorio. Antes de recuperar completamente la consciencia miré a mi alrededor, y a mí mismo en mi pijama blanco, comprendiendo que yo era y siempre había sido mi propio Kronecker, quizá el peor Kronecker. Incluso yo me sobresalté al oírme a mí mismo decir *-¿Lo has demostrado ya?* Pero decidí que no me torturaría más y que iba a disfrutar de lo que hago sin importarme lo que otros (Kronecker o los críticos) piensen. *No es un lema insignificante*, me dije, *si yo encuentro un significado en lo que hago, entonces merece la pena* y la proposición que estaba intentando demostrar tenía una belleza intrínseca, de eso no cabía la menor duda. Sin embargo, al mirar a mi mujer, mi nocturno ángel protector que todavía dormía, me di cuenta de que el Leonhard Euler (el Maestro), como todos nosotros, también cometía errores de cálculo: sin duda había visiones más bellas y gratificantes que un lema, un teorema o incluso la Proposición 20 del Libro IX.

Bibliografía

- [1] Alexander C. Aitken, *Gallipoli to the Somme: Recollections of a New Zealand Infantryman*, Oxford, 1963.

- [2] R. Brauer, *Emil Artin*, Bull. Amer. Math. Soc. 73 (1967), 27-43.
- [3] Douglas M. Campbell, *Beauty and the Beast: The Strange Case of André Bloch*, The Mathematical Intelligencer, Vol. 7, No. 4, 1985, Springer-Verlag, New York.
- [4] Henri Cartan and Jacqueline Ferdinand, *The Case of André Bloch*, The Mathematical Intelligencer, Vol. 10, No. 1, 1988, Springer-Verlag, New York.
- [5] John B. Conway, *Functions of One Complex Variable I*, Second Edition, 1978, Springer-Verlag, New York.
- [6] The MacTutor History of Mathematics Archive, University of St. Andrews, Scotland. Available online at <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/index.html>